

INDICE

Premesse

Capitolo 1 – Idrostatica

1.1 Premesse e definizioni	1
1.2 Esercizi proposti	6
1.3 Svolgimento degli esercizi proposti	24

Capitolo 2 – Equazione globale dell'equilibrio dinamico

2.1 Premesse e definizioni	47
2.2 Esercizi proposti	50
2.3 Svolgimento degli esercizi proposti	59

Capitolo 3 – Problemi pratici relativi alle lunghe condotte

3.1 Premesse e definizioni	71
3.2 Esercizi proposti	85
3.3 Svolgimento degli esercizi proposti	95

Capitolo 4 – Moti di filtrazione

4.1 Premesse e definizioni	141
4.2 Caratterizzazione degli acquiferi. Un semplice caso di studio	150

Appendice A – Sistemi e Unità di misura **157**

Appendice B – Tabelle e grafici (I) **163**

Indice degli esercizi e delle tabelle **177**

Premessa alla prima edizione

Questa raccolta di esercizi si rivolge in primo luogo agli allievi dei corsi di *Idraulica 1* e *Idraulica 2* previsti dal nuovo ordinamento al secondo anno dei corsi di laurea di primo livello in Ingegneria Civile e in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio dell'Università degli Studi di Perugia.

Potrà inoltre risultare utile agli allievi di *Principi di Idraulica* iscritti al corso di laurea di primo livello in Ingegneria Meccanica e agli studenti del vecchio ordinamento che, per motivi diversi, non abbiano ancora sostenuto l'esame di *Idraulica* o di *Meccanica dei Fluidi*.

Pur nella limitatezza dei problemi considerati, si è voluto fornire uno strumento attraverso il quale mettere a fuoco in maniera più precisa i concetti espressi nel corso delle esercitazioni svolte in aula. Tale esigenza, molto avvertita anche dagli allievi del vecchio ordinamento, appare ancora più urgente per quelli del nuovo, alla luce dell'inevitabile riduzione non tanto delle ore di lezione quanto dei tempi concessi, dai calendari delle lezioni e degli esami, all'approfondimento e all'assimilazione dei concetti ascoltati a lezione.

Gli argomenti trattati nei quattro capitoli sono stati scelti in aderenza con il programma svolto in aula: Idrostatica, Equazione globale dell'equilibrio dinamico, Problemi pratici relativi alle lunghe condotte e Moti di filtrazione. I primi tre capitoli si articolano in tre parti delle quali la prima introduce in una forma molto sintetica i punti di maggior interesse applicativo, la seconda propone i testi di alcuni esercizi, mentre nella terza parte sono proposti dei possibili procedimenti di soluzione spinti fino al risultato numerico. Nel quarto capitolo, per la peculiarità dell'argomento trattato, dopo la consueta introduzione, la seconda e terza parte sono unificate e viene descritto un semplice caso di studio.

Come per ogni prima edizione, gli scriventi si scusano anticipatamente per gli errori eventualmente presenti, invitando i lettori a fornire indicazioni e suggerimenti.

Perugia, febbraio 2003

Bruno Brunone, Marco Ferrante e Alessandro Berni

Premessa alla seconda edizione

Il successo solo in parte atteso della prima edizione di questa raccolta di esercizi ha portato ad una seconda edizione di poco successiva alla prima. Abbiamo colto l'occasione per apportare alcune modifiche al testo, correggendo gli errori segnalati dai lettori ai quali rinnoviamo il nostro più sentito ringraziamento. Purtroppo il poco tempo a disposizione non ha consentito modifiche nello sviluppo di alcuni esercizi e l'approfondimento di temi che ancora non hanno trovato lo spazio che meritano. Forti dell'incoraggiamento ci ripromettiamo di continuare a lavorare in tal senso, nella speranza di suscitare ancora il medesimo interesse dei lettori.

Perugia, maggio 2003

Bruno Brunone, Marco Ferrante e Alessandro Berni

Premessa alla terza edizione

Ad un anno dall'uscita di questa raccolta di esercizi, la terza edizione presenta modifiche essenzialmente formali che sono state introdotte al fine di rendere più coerenti fra loro le notazioni adottate nei differenti capitoli. Il lavoro di revisione, cui hanno attivamente contribuito gli ingg. V. Pagnoni e S. Meniconi, aveva inoltre l'obiettivo di rendere più chiaro lo svolgimento degli esercizi proposti e di colmare alcune delle lacune presenti nel testo originario.

Perugia, febbraio 2004

B. Brunone, M. Ferrante e A. Berni

IDROSTATICA

1.1 Premesse e definizioni

Equazione indefinita della statica dei fluidi:

$$\bullet \quad \rho \vec{F} = \text{grad}(p) \quad (1.1)$$

in cui:

ρ – densità del fluido;

\vec{F} – forza di massa per unità di massa;

p – pressione.

Equazione globale dell'equilibrio statico:

$$\bullet \quad \vec{G} + \vec{\Pi} = 0 \quad (1.2)$$

in cui:

$\vec{G} = \int_W \rho \vec{F} dW$ = risultante delle forze di massa agenti sul liquido contenuto nel volume W ;

$\vec{\Pi} = \int_A p \vec{n} dA$ = risultante delle forze di superficie agenti sul liquido contenuto nel volume W , attraverso la superficie A che delimita quest'ultimo (in accordo con la convenzione secondo cui, nei liquidi, sono assunti positivi gli sforzi di compressione, il versore della normale \vec{n} è assunto positivo entrante).

Nel caso di fluido pesante, \vec{F} è la forza peso e risulta $\vec{F} = -g \cdot \text{grad}(z)$, essendo: g = accelerazione di gravità, z = quota geodetica (l'asse z è assunto positivo rivolto verso l'alto). Nelle ulteriori ipotesi di fluido incompressibile e omogeneo, l'equazione (1.1) si scrive nella forma (legge di *Stevin*):

$$\bullet \quad h' = z + \frac{p}{\gamma} = \text{costante} \quad (1.3)$$

dove:

h' – quota piezometrica;

γ – peso specifico del liquido = ρg ;

$\frac{p}{\gamma}$ – altezza piezometrica.

La legge di Stevin afferma che, in condizioni idrostatiche, a tutti i punti di un fluido pesante, omogeneo e incompressibile compete lo stesso valore della quota piezometrica e che, quindi, i piani orizzontali sono superfici isobariche e isocore.

Nelle pratiche applicazioni si fa spesso riferimento alla pressione relativa, p_{rel} , definita come:

$$\bullet \quad p_{rel} = p - p_{atm} \quad (1.4)$$

in cui si è posto:

p = pressione assoluta;

p_{atm} = pressione atmosferica.

In condizioni ordinarie, ossia per $T = 20$ °C, la pressione atmosferica p_{atm} risulta pari a $1,013 \cdot 10^5$ Pa e, quindi, si ha $p/\gamma = 10,33$ m, essendo il peso specifico dell'acqua, $\gamma = 9,8$ kN/m³ (Tab.B2 Appendice B).

Definito il *piano dei carichi idrostatici relativi (assoluti)* come il piano sul quale la pressione relativa (assoluta) è pari a zero, dalla legge di Stevin deriva direttamente il seguente risultato: il valore della pressione relativa (assoluta) in un punto è dato dal prodotto del peso specifico del liquido per l'affondamento h del punto considerato dal piano dei carichi idrostatici relativi (assoluti):

$$\bullet \quad p = \gamma h \quad (1.5)$$

La spinta elementare esercitata da un liquido su una generica superficie infinitesima di area dA è fornita dalla relazione:

$$\bullet \quad d\vec{S} = p\vec{n}dA = \gamma h\vec{n}dA \quad (1.6)$$

Nel caso di una superficie piana di area A , tali azioni sono tutte parallele tra loro e ammettono, quindi, una spinta risultante \vec{S} diretta normalmente alla superficie.

Il modulo di tale forza vale:

$$\bullet \quad S = \gamma h_G A \quad (1.7)$$

in cui:

h_G – affondamento del baricentro geometrico della superficie rispetto al piano dei carichi idrostatici.

Il punto di applicazione della spinta (*centro di spinta*) coincide con il baricentro del diagramma delle pressioni. Assumendo un sistema di riferimento cartesiano in cui l'asse x sia una linea di massima pendenza del piano in cui giace la superficie e l'asse y sia coincidente con la *retta di sponda* (retta di intersezione del piano dei carichi idrostatici col piano della superficie considerata), le coordinate del centro di spinta sono fornite dalle relazioni:

$$\bullet \quad \xi = \frac{I}{M} \quad (1.8)$$

$$\bullet \quad \eta = \frac{I_{xy}}{M} \quad (1.9)$$

in cui:

ξ – coordinata del centro di spinta lungo l'asse x ;

η – coordinata del centro di spinta lungo l'asse y ;

I – momento d'inerzia della superficie A rispetto alla retta di sponda;

M – momento statico della superficie A rispetto alla retta di sponda;

I_{xy} – momento centrifugo della superficie A rispetto agli assi x e y .

Nelle applicazioni può essere utile considerare il teorema di Huygens:

$$\bullet \quad I = I_G + Ax_G^2 \quad (1.10)$$

in cui:

x_G – distanza del baricentro geometrico della superficie dalla retta di sponda;

I_G – momento d'inerzia della superficie rispetto all'asse baricentrico parallelo alla retta di sponda.

Per quanto riguarda le spinte agenti su superfici curve, assunta una terna cartesiana con gli assi x e y giacenti in un piano orizzontale e quello z verticale, proiettando ed integrando la (1.6), si ricava:

$$\bullet \quad S_x = \int_{A_x} p \, dA_x = \gamma h_x A_x \quad (1.11)$$

$$\bullet \quad S_y = \int_{A_y} p \, dA_y = \gamma h_y A_y \quad (1.12)$$

$$\bullet \quad S_z = \int_{A_z} p \, dA_z = \int_{A_z} \gamma h \, dA_z = \gamma W \quad (1.13)$$

in cui:

dA_x , dA_y e dA_z – proiezioni dell'area infinitesima dA sui piani aventi rispettivamente per normale gli assi x , y e z ;

h_x e h_y – affondamento del baricentro delle due superfici piane A_x e A_y rispetto al piano dei carichi idrostatici;

W – volume di fluido compreso tra la superficie curva e il piano dei carichi idrostatici (il cosiddetto liquido "sovraincombente", ossia responsabile del regime delle pressioni agenti sulla parete).

La spinta su una superficie curva è quindi ricondotta al calcolo di due spinte su superfici piane e alla determinazione del peso di un volume di fluido.

L'insieme delle tre forze S_x , S_y e S_z può essere ridotto a due sole azioni: una orizzontale di modulo $S_o = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$ e l'altra verticale di modulo $S_v = S_z$.

I punti di applicazione di S_o e S_v risultano definiti dall'equilibrio dei momenti delle forze; il verso di entrambe, inoltre, può essere ricavato sulla base dell'andamento delle spinte elementari.

Nei casi in cui la parete considerata sia bagnata da liquidi di differente peso specifico, i risultati sopra sintetizzati possono essere utilizzati considerando ciascuna delle parti della parete bagnata da un unico liquido.

Negli esercizi che seguono, salvo diversa specificazione, si farà riferimento alle pressioni relative e pertanto con il simbolo p si indicherà la pressione relativa. Di conseguenza, anche le azioni

globali esercitate dai liquidi, le spinte, saranno calcolate a meno dell'azione corrispondente alla pressione atmosferica.

Nell'Appendice A “Sistemi e unità di misura”, sono riportate alcune tabelle relative alle grandezze fondamentali e loro derivate previste dal SI e da altri sistemi di misura.

Nell'Appendice B “Tabelle e grafici” sono incluse tabelle contenenti informazioni relative alle proprietà dell'acqua e di altri liquidi. Con specifico riferimento al presente capitolo, sono altresì indicate le principali proprietà di alcune figure geometriche e la posizione del centro di spinta per paratoie verticali di differente forma.

1.2 Esercizi proposti

▪ Esercizio 1.1

Si consideri il barometro a mercurio di Fig. 1.1 in cui h è l'altezza della colonna di mercurio all'interno del tubo rispetto al livello del liquido nel recipiente aperto a contatto con l'atmosfera.

Se $h = 760$ mm, quanto vale la pressione atmosferica, p_{atm} ?

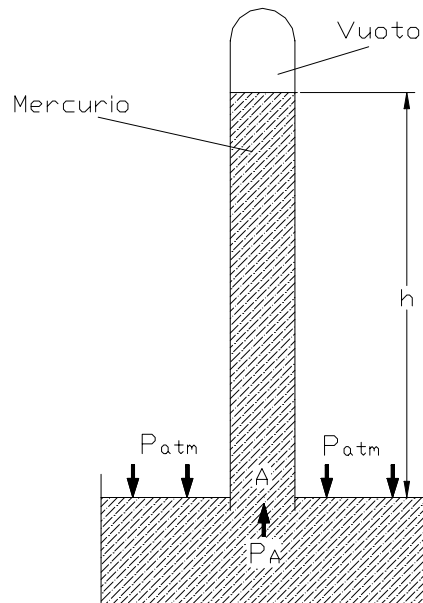


Fig. 1.1 – Barometro a mercurio.